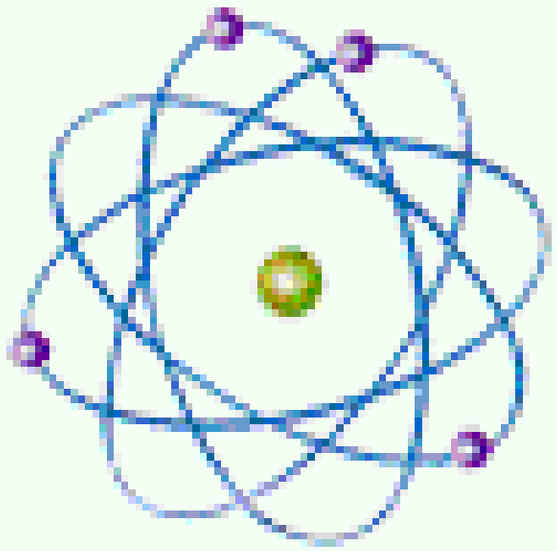
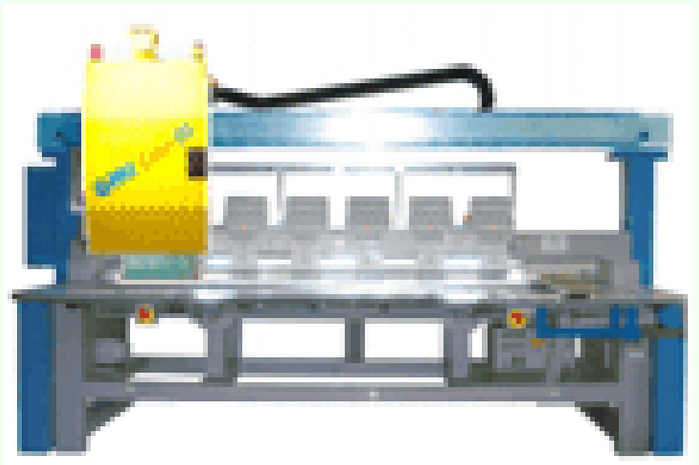
الفصل الخامس : توليد الليزر

الفصل الخامس

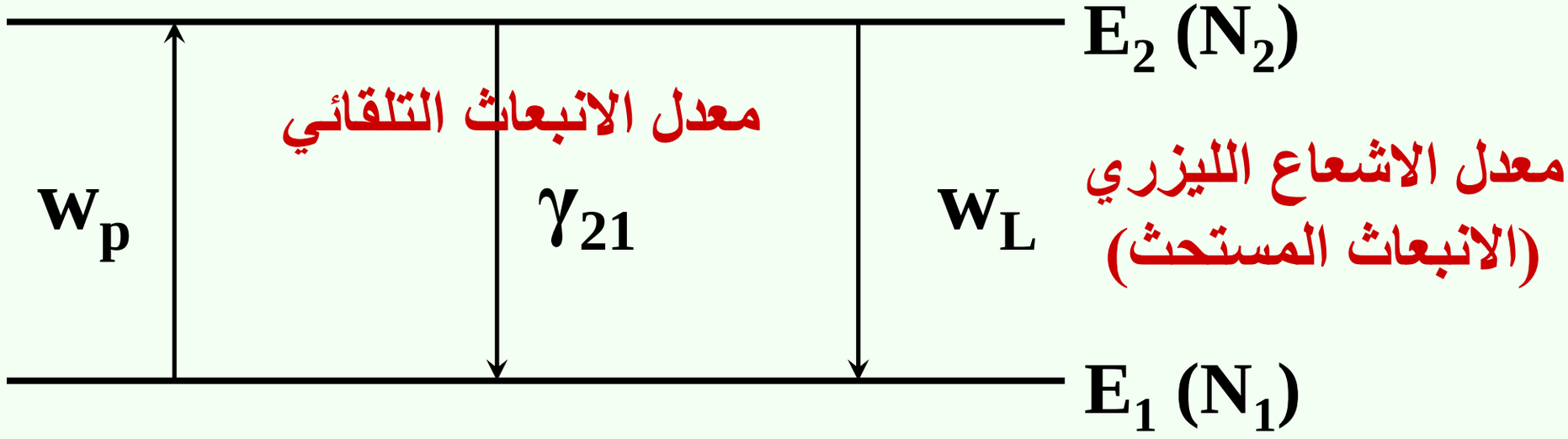
توليد أشعة الليزر

المنظومات الليزرية





نظام المستويين 2-Level System



في أي لخظة زمنية ، يكون معدل تغير الإسكان الذري لمستويات الطاقة كالتالي :

الضخ الانبعا ث التلقائي الانبعا ث المستحث

$$\frac{dN_1}{dt} = -w_p(N_1 - N_2) + \gamma_{21}N_2 + w_L(N_2 - N_1) \qquad (39)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = w_p(N_1 - N_2) - \gamma_{21}N_2 - w_L(N_2 - N_1) \qquad (40)$$

حيث $N_1 + N_2$ يساوي العدد الكلي لذرات النظام ، وفي حالة ثبات النظام فإن :

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0$$

ومنها نجد أن المعادلة (40) تؤول إلى :

$$w_p(N_1 - N_2) - \gamma_{21}N_2 - w_L(N_2 - N_1) = 0$$

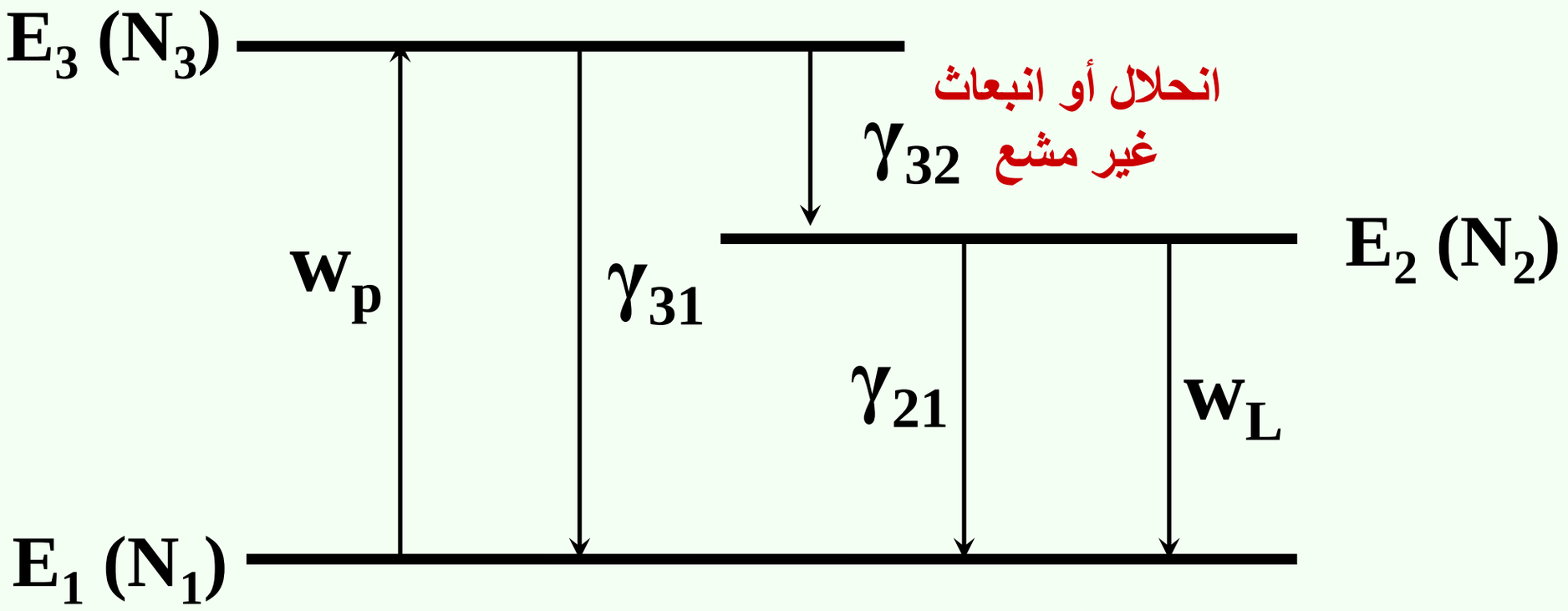
$$\Rightarrow \quad (w_p + w_L)N_1 - (\gamma_{21} + w_p + w_L)N_2 = 0$$

فإذا كان معدل الانبعاث التلقائي ضئيل جداً $(\gamma_{21} \to 0)$ فإن المعادلة الأخيرة سوف تؤدي إلى :

$$N_{2\ \max} = N_1$$

أي أنه من المستحيل تحقيق الانعكاس السكاني بواسطة الضخ المباشر في النظام ثنائي المستوى ولابد من استخدام نظام ذري ذي ثلاث مستويات أو أكثر

نظام الثلاث مستويات 3-Level System



w_p معدل الضخ أو الامتصاص

w_L معدل الاشعاع الليزري أو الانبعاث المستحث

γ_{31} معدل الانبعاث التلقائي من المستوى الثالث إلى المستوى الأول

γ_{32} معدل الانبعاث التلقائي من المستوى الثالث إلى المستوى الثاني

γ_{21} معدل الانبعاث التلقائي من المستوى الثاني إلى المستوى الأول

ويكون معدل تغير الإسكان في المستويات الثلاثة كالتالي :

$$\frac{dN_1}{dt} = -w_p(N_1 - N_3) + \gamma_{21}N_2 + \gamma_{31}N_3 + w_L(N_2 - N_1) \quad (41)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \gamma_{32}N_3 - \gamma_{21}N_2 - w_L(N_2 - N_1) \quad (42)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = w_p(N_1 - N_3) - \gamma_{32}N_3 - \gamma_{31}N_3 \quad (43)$$

وفي حالة ثبات النظام فإن المعادلات السابقة تؤول إلى الصفر (المشتقة بالنسبة للزمن = صفر) :

$$-w_p(N_1 - N_3) + \gamma_{21}N_2 + \gamma_{31}N_3 + w_L(N_2 - N_1) = 0 \quad (44)$$

$$\gamma_{32}N_3 - \gamma_{21}N_2 - w_L(N_2 - N_1) = 0 \quad (45)$$

$$w_p(N_1 - N_3) - \gamma_{32}N_3 - \gamma_{31}N_3 = 0 \quad (46)$$

المنظومات الليزرية

وبافتراض أن $N = N_1 + N_2 + N_3$ يمكننا كتابة :

$$N_3 = N - (N_1 + N_2) \qquad (47)$$

وبالتعويض عن قيمة N_3 من (47) في (46) وفك الحدود ثم إعادة تجميعها ، نحصل على :

$$N_1(2w_p + \gamma_{31} + \gamma_{32}) + N_2(w_p + \gamma_{31} + \gamma_{32}) - N(w_p + \gamma_{31} + \gamma_{32}) = 0 \qquad (48)$$

وبالتعويض عن قيمة N_3 من (47) في (45) وفك الحدود ثم إعادة تجميعها ، نحصل على :

$$N_1(w_L + \gamma_{32}) + N_2(w_L + \gamma_{21} + \gamma_{32}) + N\gamma_{32} = 0 \qquad (49)$$

ثم بالتعويض من (48) في (49) أو العكس ، وفك جميع الحدود وإعادة تجميعها :

$$N_2 - N_1 = N\left[\frac{(\gamma_{32} - \gamma_{21})w_p - \gamma_{21}(\gamma_{31} + \gamma_{32})}{(w_p + \gamma_{31} + \gamma_{32})(2w_L + \gamma_{21}) + w_p(\gamma_{21} + w_L + \gamma_{32})}\right] \qquad (50)$$

المنظومات الليزرية

يتضح من المعادلة الأخيرة أن الطرف الأيمن ينبغي أن يكون موجباً لنحصل على الإنعكاس السكاني وبالتالي يمكن الحصول على الليزر ، وهذا لايتحقق إلا إذا كان :

$$\gamma_{32} >> \gamma_{21} \quad \text{و} \quad \gamma_{32} >> W_p \quad \text{و} \quad \gamma_{32} >> W_L$$

أي أن معدل الانبعاث التلقائي من المستوى 3 إلى المستوى 2 ينبغي أن يكون أكثر بكثير من معدل الانبعاث التلقائي بين 2 و1 ومن معدل الضخ والانبعاث المستحث

يمكننا تعريف الكفاءة الكمية Quantum Efficiency بأنها المعدل النسبي للانتقال بين المستوى الثالث والمستوى الثاني أي :

$$\eta = \frac{\gamma_{32}}{\gamma_{32} + \gamma_{31}} \qquad \textbf{(51)}$$

المنظومات الليزرية

من المعادلة الأخيرة يمكن استبدال γ_{32} بـ $\eta(\gamma_{32}+\gamma_{31})$ والتعويض بها في (50)

$$N_2 - N_1 = N\left[\frac{(\eta(\gamma_{32}+\gamma_{31})-\gamma_{21})w_p - \gamma_{21}(\gamma_{31}+\gamma_{32})}{(w_p+\gamma_{31}+\gamma_{32})(2w_L+\gamma_{21})+w_p(\gamma_{21}+w_L+\eta(\gamma_{32}+\gamma_{31}))}\right]$$

وبسبب الشرط السابق اللازم للحصول على الانعكاس السكاني يمكن إهمال الحدود التالية :

$$N_2 - N_1 = N\left[\frac{(\eta(\gamma_{32}+\gamma_{31})-\gamma_{21})w_p - \gamma_{21}(\gamma_{31}+\gamma_{32})}{(w_p+\gamma_{31}+\gamma_{32})(2w_L+\gamma_{21})+w_p(\gamma_{21}+w_L+\eta(\gamma_{32}+\gamma_{31}))}\right]$$

لنحصل على :

$$N_2 - N_1 = N\left[\frac{\eta\ w_p(\gamma_{32}+\gamma_{31})-\gamma_{21}(\gamma_{31}+\gamma_{32})}{(\gamma_{31}+\gamma_{32})(2w_L+\gamma_{21})+w_p\eta(\gamma_{32}+\gamma_{31}))}\right]$$

$$\Rightarrow N_2 - N_1 = N\left[\frac{\eta\ w_p - \gamma_{21}}{2w_L + \gamma_{21} + w_p\eta}\right] \qquad (52)$$

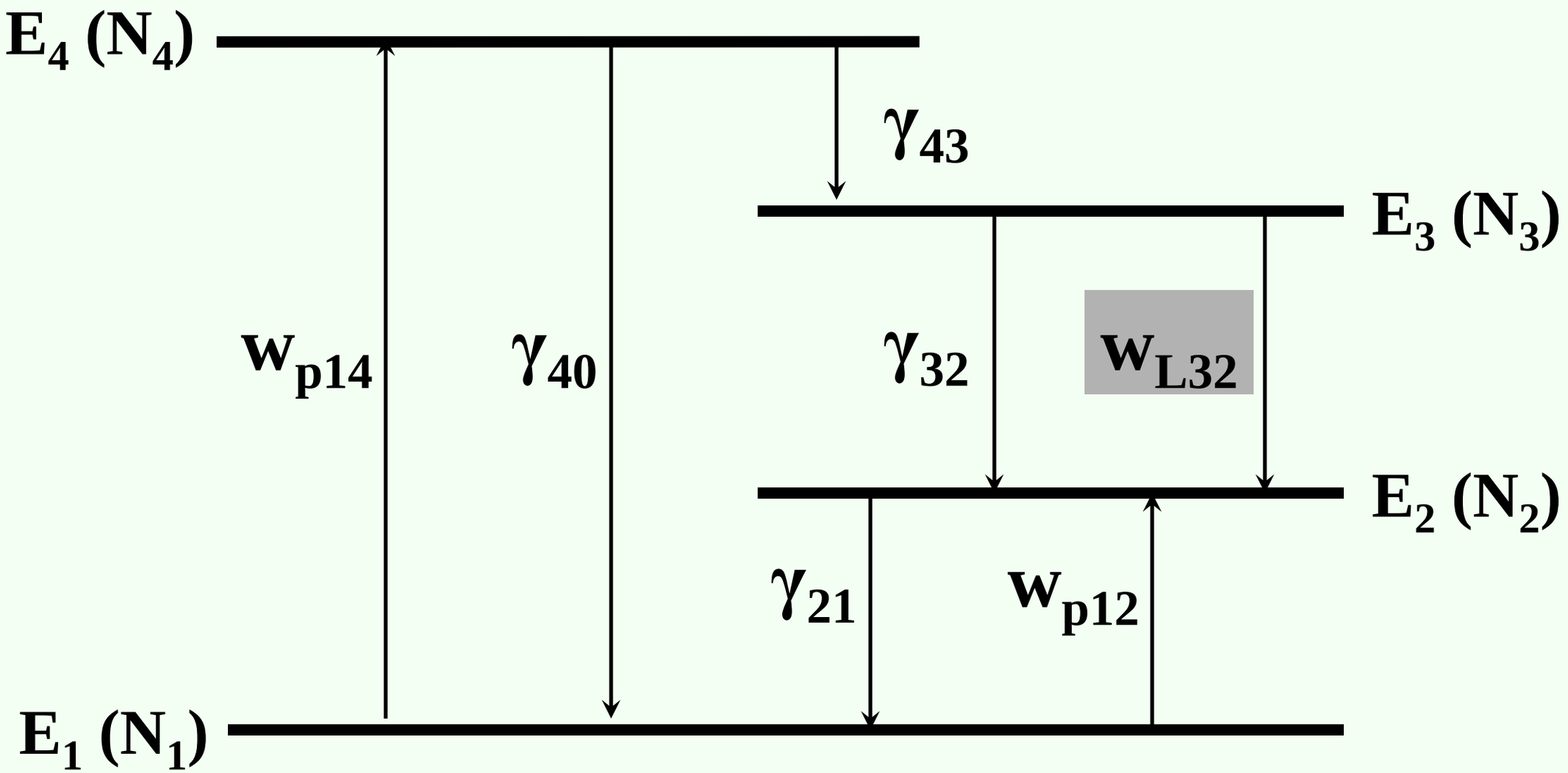
يتضح من هذه المعادلة أن شرط الانعكاس السكاني في ليزرات المستويات الثلاث هو :

$$w_p\eta > \gamma_{21} \qquad (53)$$

أي أن معدل الضخ الفعال $w_p\eta$ من المستوى 1 إلى المستوى 2 مروراً بالمستوى 3 يجب أن يكون أكبر من الانبعاث التلقائي من المستوى 2.

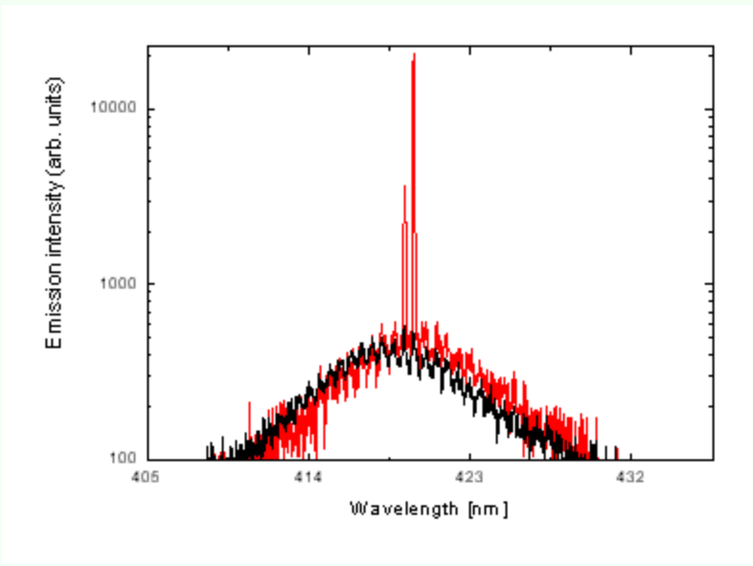
****

نظام الأربع مستويات *4-Level System*



شرط العتبة

Threshold Condition



شرط العتبة لانتاج الليزر

شرط العتبة *Threshold Condition*

الانعكاس السكاني $\Delta N = N_2 - N_1 \quad \Leftarrow \quad N_1 = N_2 - \Delta N$

وحيث الاسكان الكلي يساوي مجموع الذرات في كل مستوى فإن $N = N_1 + N_2 + N_3$

وفي ليزر المستويات الثلاث وبسبب الانبعاث غير المشع عالي المعدل فإن إسكان المستوى 3 يؤول إلى الصفر وتصبح المعادلة الأخيرة كالتالي :

$$N = N_1 + N_2$$

وبالتعويض عن قيمة N_1 نحصل على :

$$N_2 = \frac{N}{2} + \frac{\Delta N}{2} \qquad (54)$$

أي أن أكثر من نصف ذرات الوسط الفعال في المنظومة الليزرية يجب أن تكون في حالة إثارة أي في المستوى2

كسب الليزر

Laser Gain

كسب الليزر

لنفترض أن I هي شدة الإشعاع لشريحة من الوسط الفعال لليزر سماكتها Δz ، فإذا كانت الزيادة في شدة الإشعاع ΔI فيمكن كتابة يلي :

$$\frac{\Delta I}{\Delta z} = g(f)\ I \qquad (55)$$

حيث g هو معامل الكسب ، ولشريحة متناهية الصغر ، يمكن كتابة المعادلة الأخيرة على الشكل :

$$\frac{dI}{dz} = g(f)\ I \qquad (56)$$

ومنها يمكن تعريف معامل الكسب كما يلي :

$$g(f) = \frac{1}{I}\frac{dI}{dz} \qquad (57)$$

$$\text{معامل الكسب} = \frac{\text{صافي القدرة المنبعثة لكل وحدة حجم}}{\text{القدرة لكل وحدة مساحة والتي تقطع ذلك الحجم}}$$

تذكر أن شدة الإشعاع تساوي القدرة لكل وحدة مساحة

حاول استنتاج وحدة معامل الكسب ؟!

كسب الليزر

إذا كان معامل الكسب ثابت خلال طول الوسط الفعال L فيمكن إجراء التكامل للمعادلة (56)

$$\int_{I_o}^{I} \frac{dI}{I} = \int_{0}^{L} g(f)\ dz$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_o}\right) = g(f)\ L$$

$$I = I_o\ e^{gL} \qquad (58)$$

يتضح من هذه المعادلة أن شدة الإشعاع النهائية أكبر من الشدة الابتدائية وتتناسب مع الكسب وطول الوسط الفعال .

أما إذا كان معامل الكسب بالسالب فإنه يسمى حينئذ معامل الامتصاص وتكون الشدة النهائية أصغر من الشدة الابتدائية .

كسب الليزر

يمكن كتابة معامل الكسب بدلالة معدل الانبعاث المستحث كما يلي :

$$g(f) = \frac{hf}{I}\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st} \qquad (59)$$

أو بدلالة المقطع العرضي للانبعاث المستحث $\sigma(f)$ **:**

$$g(f) = \sigma(f)\left[N_2 - N_1\right] \qquad (60)$$

$$g(f) = A_{21}\,\frac{\lambda^2}{4}\,F(f)\left[N_2 - N_1\right] \qquad (61)$$

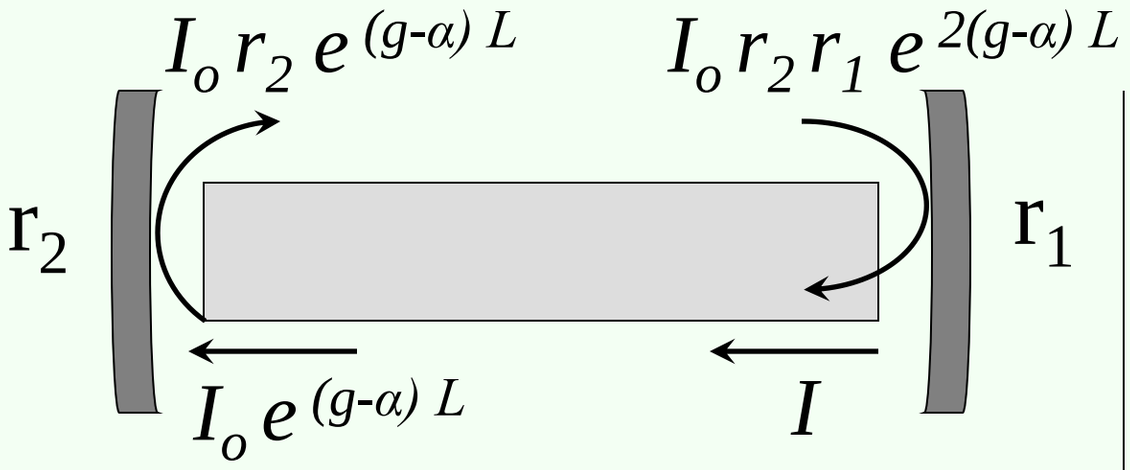
حيث $F(f)$ **هي دالة الخط الطيفي وتصف احتمالية استحثاث فوتون خلال مدى ترددي معين .**

نلاحظ من المعادلة الأخيرة أنه إذا لم يتحقق الانعكاس السكاني ($N_2 > N_1$ **) فإن قيمة معامل الكسب ستكون سالبة وبالتالي تعاني المنظومة الليزرية من عملية الامتصاص .**

كسب الليزر

الكسب الكلي في المنظومة الليزرية خلال دورة كاملة

$$G = \frac{\text{الشدة النهائية خلال دورة كاملة}}{\text{الشدة الابتدائية}}$$



$$G = \frac{I_o r_2 r_1 e^{2(g-\alpha) L}}{I_o}$$

$$G = r_2 r_1 e^{2(g-\alpha) L} \qquad (62)$$

وباعتبار شرط العتبة للحصول على الليزر هو $G = 1$

$$g(f) = \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{r_1 r_2}\right) + \alpha \qquad (63)$$

L	طول فجوة الليزر
r	انعكاسية سطحي الفجوة
g	معامل الكسب
α	الفقد داخل الفجوة
I_o	الشدة الابتدائية

أسئلة ومسائل

س 1: ليزر أشباه موصلات معامل الكسب له $70\ cm^{-1}$ ، مهملاً الفقد داخل فجوة الليزر ، احسب طول الفجوة إذا كانت انعكاسية سطحيها = 0.97 .

س 2 : في المنظومة الليزرية السابقة ، احسب الكسب الكلي خلال دورة كاملة ثم بين ماإذا كانت المنظومة الليزرية في حالة إشعاع (ليزر) أو اضمحلال (امتصاص) ؟

س 3 : احسب الانعكاس السكاني لنفس المنظومة إذا علمت أن المقطع العرضي للانبعاث المستحث $= 1.6 \times 10^{-16}\ cm^{-2}$.

س 4 : احسب الشدة النهائية خلال دورة كاملة إذا كانت الشدة الابتدائية $= 3\ mW/cm^2$.